ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2013

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 21 Απριλίου 2013
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β, να αποδείξετε ότι:

$|\alpha\,\beta| = |\alpha|\,|\beta|$

Μονάδες 9

Α2. **α**. Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, πώς ορίζεται ο αριθμός $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$;

Μονάδες 3

β. Τι ονομάζουμε κλειστό διάστημα από α μέχρι β;

Μονάδες 3

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > 0$, τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$.

Μονάδες 2

β. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει: $\sqrt{a^2} = \alpha$.

Μονάδες 2

γ. Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ έχει ακριβώς μια λύση.

Μονάδες 2

δ. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $|x| \geq x$.

Μονάδες 2

ε. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, έχει δύο άνισες ρίζες: x_1, x_2, τότε, ισχύει ότι $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha\cdot(x - x_1)(x - x_2)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις: $A=\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}$ και $B=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$.

Β1. Να αποδείξετε ότι $A=2$.

Μονάδες 10

Β2. Να αποδείξετε ότι $B=2$.

Μονάδες 8

Β3. Να λύσετε την εξίσωση $x^3=\dfrac{1}{A+\sqrt{A}}+\dfrac{1}{A-\sqrt{A}}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ευθεία ε με εξίσωση: $y=\left(|\alpha-3|-1\right)x+\left(\alpha^2+2|\alpha|-3\right)$, $\alpha\in\mathbb{R}$. Για ποιες τιμές του α η ευθεία ε:

Γ1. Είναι παράλληλη στην ευθεία $y=x$;

Μονάδες 7

Γ2. Σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$;

Μονάδες 8

Γ3. Διέρχεται από την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων;

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $4x^2-4\lambda x+5\lambda$, με $\lambda\in\mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του λ.

Μονάδες 7

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

α. Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.

Μονάδες 3

β. Η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{4x^2-4\lambda x+5\lambda}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 4

Δ3. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ, για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες x_1, x_2 με $x_1+x_2=x_1x_2-1$.

Μονάδες 5

Δ4. Αν Α είναι ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω και Α΄ το συμπληρωματικό του, να αποδείξετε ότι για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει:

$$\left[4x^2-4P(A)x+5P(A)\right]\left[4x^2-4P(A')x+5P(A')\right]\left[4x^2-4P(\Omega)x+5P(\Omega)\right]\geq 0$$

Μονάδες 6